

**ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC**



NGỌC THỊ HÀ

**BÀI TOÁN CHỨNG MINH TÍNH VUÔNG GÓC,
SONG SONG TRONG HÌNH HỌC**

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN - 2019

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC



NGỌC THỊ HÀ

**BÀI TOÁN CHỨNG MINH TÍNH VUÔNG GÓC,
SONG SONG TRONG HÌNH HỌC**

Chuyên ngành: Phương pháp Toán sơ cấp

Mã số: 8 46 01 13

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC

PGS.TS. Trịnh Thanh Hải

THÁI NGUYÊN - 2019

Mục lục

Mở đầu	1
1 Kiến thức căn bản	3
1.1 Các định lý, mệnh đề về tính vuông góc, song song trong hình học phẳng	3
1.1.1 Kiến thức chuẩn bị	3
1.1.2 Các tính chất về tính vuông góc, song song trong hình học phẳng	9
1.1.3 Các định lý, mệnh đề về tính song song và vuông góc trong hình học phẳng	9
1.2 Một số bài toán liên quan đến tính vuông góc, song song trong hình học phẳng	17
2 Các bài toán chứng minh vuông góc trong các đề thi Học sinh giỏi	35
3 Các bài toán chứng minh song song trong các đề thi Học sinh giỏi	62
Kết luận	79
Tài liệu tham khảo	81

Lời cảm ơn

Trước tiên em xin gửi lời cảm ơn chân thành và sâu sắc nhất tới PGS.TS. Trịnh Thanh Hải, người thầy với lòng nhiệt huyết đã luôn chỉ bảo tận tình cho em từ những ngày đầu tiên, đồng thời đưa ra những lời khuyên bổ ích giúp em hoàn thiện luận văn này.

Em cũng xin gửi lời cảm ơn tới các thầy cô, tập thể cán bộ khoa Toán - Tin, Trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên, Ban lãnh đạo và các đồng nghiệp Trung tâm Hướng nghiệp và Giáo dục thường xuyên tỉnh Quảng Ninh, cùng các bạn học viên lớp cao học Toán K11D, đã không chỉ trang bị cho em những kiến thức bổ ích mà còn luôn giúp đỡ, tạo điều kiện thuận lợi trong quá trình em học tập tại trường.

Cuối cùng em xin cảm ơn gia đình, bạn bè người thân là những người luôn ủng hộ, động viên em vượt qua những khó khăn để em hoàn thành tốt luận văn.

Thái Nguyên, ngày 26 tháng 3 năm 2019

Mở đầu

Trong hình học phẳng, các dạng bài tập về chứng minh tính song song hay chứng minh tính vuông góc luôn là các bài tập thú vị nhưng thường rất khó. Đặc biệt là những bài toán, đề thi dành cho học sinh giỏi thì học sinh phải nắm được các kiến thức nâng cao, đây là các định lý, tính chất và các phương pháp chứng minh không có trong chương trình đại trà cũng như chương trình nâng cao ở bậc cơ sở.

Trong thời gian vừa qua, đã có nhiều học viên cao học lựa chọn các chủ đề về hình học để triển khai luận văn thạc sĩ nhưng chưa có học viên nào nghiên cứu một cách hệ thống về các bài toán chứng minh tính song song, vuông góc để phát triển thành luận văn thạc sĩ chuyên ngành Phương pháp toán sơ cấp.

Với mong muốn tìm hiểu các định lý, tính chất cũng như phương pháp chứng minh tính song song, tính vuông góc qua một số bài toán, đề thi học sinh giỏi để làm tài liệu cho việc giảng dạy của bản thân và làm tài liệu tham khảo cho học sinh tự học, tôi chọn chủ đề: Phương pháp chứng minh tính song song, tính vuông góc qua việc giải một số bài toán, đề thi học sinh giỏi cho luận văn thạc sĩ của mình.

Luận văn tập trung nghiên cứu các vấn đề sau:

- Tìm hiểu các định lý, các tính chất liên quan đến điều kiện để hai đường thẳng song song (hay vuông góc) với nhau cũng như các hệ quả có được từ việc hai đường thẳng song song (hay vuông góc).
- Sưu tầm các bài toán luyện thi đội tuyển học sinh giỏi, các đề thi học sinh giỏi toán về hình học phẳng liên quan đến tính song song, tính vuông góc.
- Trình bày lời giải một số bài toán luyện học sinh giỏi, các đề thi học sinh giỏi toán về hình học phẳng liên quan đến tính song song, tính vuông góc. Trong đó cố gắng đưa ra lời giải tường minh đối với những bài toán, đề thi mà tài liệu tham khảo chỉ có lời giải vắn tắt hoặc định hướng lời giải.

- Đối với một vài bài toán, cố gắng đưa ra nhiều lời giải để minh họa tính linh hoạt trong việc vận dụng các tính chất, định lý vào chứng minh bài toán về tính song song, tính vuông góc.

Với mục tiêu nghiên cứu như vậy, bố cục của luận văn bao gồm 3 chương:

Chương 1. Kiến thức chuẩn bị

Nội dung chương này nhằm hệ thống hoá các tính chất, định lý và phương pháp chứng minh các bài toán về tính vuông góc (đường thẳng, góc) và tính song song trong hình học phẳng. Các định lý và tính chất cơ bản như định lý Thales đảo, định lý Pythagoras, định lý Ceva để chứng minh các đường thẳng đôi một song song hoặc đồng quy, định lý Menelaus trong tam giác và tứ giác, định lý Carnot thu được từ các đường thẳng vuông góc nằm trên các cạnh của tam giác ... Đồng thời cũng đưa ra một số bài tập áp dụng các định lý trên để chứng minh tính vuông góc và song song.

Chương 2. Các bài toán chứng minh tính vuông góc trong các đề thi Học sinh giỏi

Nội dung chương 2 trình bày một cách tường minh việc vận dụng các định lý, tính chất ... để chứng minh một số bài toán liên quan đến tính vuông góc. Sưu tầm các bài toán luyện thi đội tuyển học sinh giỏi, các đề thi học sinh giỏi toán về hình học phẳng liên quan đến tính vuông góc.

Chương 3. Các bài toán chứng minh tính song song trong các đề thi Học sinh giỏi

Nội dung chương 3 của luận văn trình bày một cách tường minh việc vận dụng các định lý, tính chất ... để chứng minh một số bài toán liên quan đến tính song song. Sưu tầm các bài toán luyện thi đội tuyển học sinh giỏi, các đề thi học sinh giỏi toán về hình học phẳng liên quan đến tính song song.

Vì điều kiện thời gian giới hạn nên phạm vi nghiên cứu của luận văn tập trung chủ yếu là các bài toán thuộc Hình học phẳng.

Thái Nguyên, ngày 26 tháng 3 năm 2019

Tác giả luận văn

Ngọc Thị Hà

Chương 1

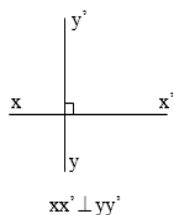
Kiến thức căn bản

1.1 Các định lý, mệnh đề về tính vuông góc, song song trong hình học phẳng

1.1.1 Kiến thức chuẩn bị

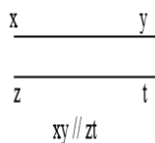
Trước tiên, chúng ta sẽ nhắc lại các khái niệm cơ bản đã được đề cập trong các chương trình giáo dục phổ thông về hai đường thẳng song song, hai đường thẳng vuông góc và các tính chất cơ bản của chúng.

Định nghĩa 1.1. Hai đường thẳng xx' , yy' cắt nhau và trong các góc tạo thành có một góc vuông được gọi là hai đường thẳng vuông góc và được ký hiệu là $xx' \perp yy'$.



Đường thẳng vuông góc với một đoạn thẳng tại trung điểm của nó được gọi là đường trung trực của đoạn thẳng ấy.

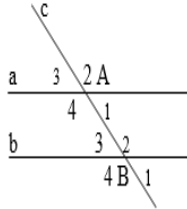
Định nghĩa 1.2. Hai đường thẳng song song là hai đường thẳng không có điểm chung.



Hai đường thẳng phân biệt thì hoặc cắt nhau hoặc song song với nhau.

Nhận xét 1.1. Từ hình vẽ dưới đây chúng ta xác định các cặp góc sau đây
 (i) Hai góc A_1 và B_3 cũng như hai góc A_4 và B_2 được gọi là hai góc so le trong.

(ii) Cặp góc A_1 và B_1 được gọi là các cặp góc đồng vị. Tương tự ta có các



cặp góc đồng vị khác là A_2 và B_2 ; A_3 và B_3 ; A_4 và B_4 .

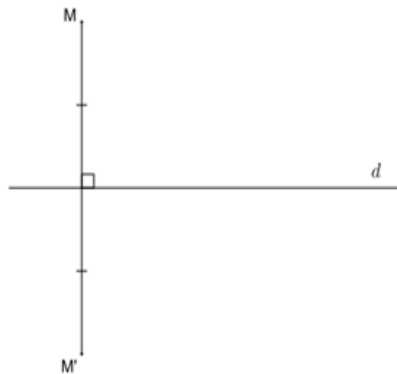
Định nghĩa 1.3. Nếu đường thẳng c cắt hai đường thẳng a, b và trong các góc tạo thành có một cặp góc so le trong bằng nhau (hoặc một cặp góc đồng vị bằng nhau) thì a và b song song với nhau.

Tiên đề 1.1 (Tiên đề Euclide). Qua một điểm ở ngoài một đường thẳng chỉ có một đường thẳng song song với đường thẳng đó.

Hai đoạn thẳng AB và CD gọi là tỉ lệ với hai đoạn thẳng $A'B'$ và $C'D'$ nếu có tỉ lệ thức

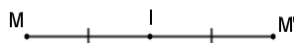
$$\frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'} \text{ hoặc } \frac{AB}{A'B'} = \frac{CD}{C'D'}$$

Định nghĩa 1.4. Cho đường thẳng d . Phép biến hình biến mỗi điểm M thuộc d thành chính nó, biến mỗi điểm M không thuộc d thành M' sao cho d là đường trung trực của đoạn thẳng MM' được gọi là phép đối xứng qua đường thẳng d hay phép đối xứng trục d . Phép đối xứng trục thường được kí hiệu là D_d .

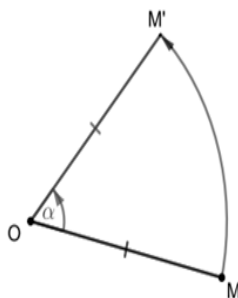


Định nghĩa 1.5. Cho điểm I . Phép biến hình biến điểm I thành chính nó, biến mỗi điểm M khác I thành M' sao cho I là trung điểm của đoạn thẳng

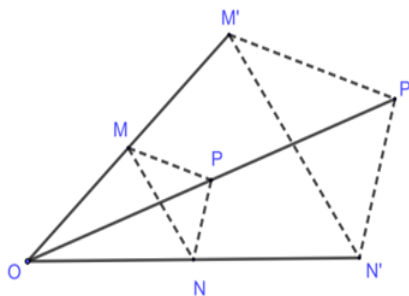
MM' được gọi là phép đối xứng tâm I . Phép đối xứng tâm thường được kí hiệu là D_I



Định nghĩa 1.6. Cho điểm O và góc lượng giác α . Phép biến hình biến O thành chính nó, biến mỗi điểm M khác O thành điểm M' sao cho $OM = OM'$ và góc lượng giác $(\widehat{OM, OM'}) = \alpha$ được gọi là phép quay tâm O góc α . Phép quay tâm O góc α thường được kí hiệu là $Q_{(O, \alpha)}$.



Định nghĩa 1.7. Cho trước một điểm O và số thực $k \neq 0$. Phép biến hình biến mọi điểm M thành điểm M' sao cho $\overrightarrow{OM'} = k\overrightarrow{OM}$ được gọi là phép vị tự tâm O tỉ số k và được kí hiệu là $V_{(O, k)}$. Điểm M' được gọi là ảnh của điểm M , M được gọi là tạo ảnh của M' , O là tâm của phép vị tự, k là tỉ số vị tự.



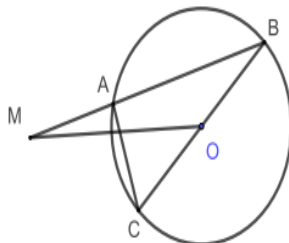
Nhận xét 1.2. Phép vị tự tỉ số k có các tính chất sau:

- (i) Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và bảo toàn thứ tự giữa các điểm đó.
- (ii) Biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.
- (iii) Biến tam giác thành tam giác đồng dạng với nó, biến góc thành góc bằng nó.

Định nghĩa 1.8. Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm M cố định, $OM = d$. Một đường thẳng thay đổi qua M cắt đường tròn tại hai điểm A và B . Khi đó,

$$\overline{MA} \cdot \overline{MB} = MO^2 - R^2 = d^2 - R^2.$$

Đại lượng không đổi $\overline{MA} \cdot \overline{MB} = MO^2 - R^2 = d^2 - R^2$ gọi là *phương tích*



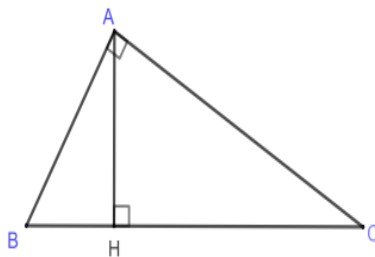
của điểm M đối với đường tròn $(O; R)$, kí hiệu $P_{M/(O)}$.

Kết quả của các định lý sau đây thường được dùng để chứng minh các bài toán trong hình học phẳng về tính song song và vuông góc, chúng ta sẽ bỏ qua phần chứng minh.

Định lý 1.1 (Hệ thức lượng trong tam giác vuông). Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH , ta có

$$AB^2 = BC \cdot BH, \quad AC^2 = BC \cdot HC, \quad AH^2 = BH \cdot CH, \quad BC \cdot AH = AC \cdot AB,$$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}.$$



Định lý 1.2. Khi M nằm ngoài đường tròn (O) ta vẽ được tiếp tuyến MT tới đường tròn. Khi đó $P_{M/(O)} = \overline{MA} \cdot \overline{MB} = \overline{MT}^2$.

